

Vectores complejos en cinemática

Complex vectors in kinematics

<https://cientifica.site>

Mario Antonio **Ramírez Flores**¹
Manuel Galileo **Santos Caballero**²

Instituto Politécnico Nacional, MÉXICO

¹ ORCID: 0009-0002-8331-519X / mramirezf@ipn.mx

² ORCID: 0009-0008-7796-1981 / msantosc@ipn.mx

Recibido 08/05/2026, aceptado 21/10/2026, publicado 30/10/2026.



Resumen

Con un breve repaso de la derivación, en este artículo se resuelven algunos problemas presentes en la mecánica clásica (o newtoniana), mediante el empleo de la variable compleja, que, como se sabe, es susceptible de ser aplicable en diferentes áreas del conocimiento. Simplemente es otro método que pudiese ser, a primera vista, más complicado respecto que los empleados en aquella disciplina, sin embargo, como se podrá observar, la elegancia con que lleva cabo la solución permite entender de otra forma el fenómeno en cuestión; se requiere del conocimiento de reglas de derivación y un poco de geometría, con ello, se pretende inculcar la investigación en otros problemas que son susceptibles de resolver con este método, incluso de otras áreas del conocimiento.

Palabras clave: vectores complejos, cinemática compleja, variables complejas y mecanismos, aplicaciones de variables complejas en mecánica, geometría y variable compleja.

2

Abstract

With a brief review of the derivation, this article solves some problems present in classical (or Newtonian) mechanics, by using the complex variable, which, as is known, is susceptible to being applicable in different areas of knowledge. It is simply another method that could be, at first glance, more complicated than those used in that discipline, however, as can be seen, the elegance with which it carries out the solution allows us to understand the phenomenon in question in another way; it requires knowledge of derivation rules and a little geometry, with this, it is intended to instill research into other problems that are susceptible to being solved with this method, even in other areas of knowledge.

Index terms: complex vectors, complex kinematics, complex variables and mechanisms, applications of complex variables in mechanics, geometry and complex variables.

I. INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se emplea un área de la matemática, la variable compleja, qué, como se sabe, tiene múltiples y variadas aplicaciones en diferentes áreas de la ingeniería, de manera particular en este escrito se versa sobre su empleo en ingeniería mecánica específicamente en lo que corresponde a los mecanismos y, a su vez, la aplicación de ésta en mecánica de fluidos. El estudio de los mecanismos es importante debido al avance en el diseño de equipos automatizados, en específico, lo que corresponde a la parte cinemática de dichos equipos. Regularmente se emplea el método del polígono, (también llamado de velocidades relativas o bien conocido como método de la imagen), en caso de que el diseño requiera del cálculo de fuerzas, que no es tema de este artículo, sería a través de la dinámica de maquinaria.

Además, es importante señalar como aplicación de estos métodos de cálculo cinemático, por ejemplo, en el desplazamiento de un fluido en alabes de bombas o turbinas, donde la determinación de velocidades y aceleraciones que adquiere el fluido al ser desplazado por aquellos es mediante el cálculo de velocidades y aceleraciones relativas, y la geometría que subyace. Ahora, como se podrá observar más adelante, la determinación de los parámetros referidos difiere del método de la imagen, pues con variable compleja, y es de suyo, se realiza el análisis del movimiento mediante vectores complejos.

No se debe olvidar señalar que el manejo de paquetes de computo como Solid Works, Adam's, Sam entre otros, tienen la particularidad realizar el cálculo de mecanismos y simulaciones del flujo de fluidos por métodos numéricos que simplifican y reducen tanto tiempo como operaciones y diagramas, sin embargo, no es de dominio generalizado la programación de esta paquetería

Lo que exactamente se está diciendo es que, en lugar de emplear métodos gráficos, de cálculo y simulación, se empleará la variable compleja como una herramienta analítica considerando vectores complejos distinguiéndolos de puntos en el plano complejo, (los vectores son elementos de un espacio vectorial, en tanto que al hablar de un número complejo no se está en un espacio vectorial sino en un campo (C)). Lo anterior permite evitar trazos susceptibles de error al emplear escalas o incluso de dibujos inapropiados que pudiesen confundir, en lugar de ello el cálculo de derivadas simplifica y, reduce el margen de error.

Por último, no se soslaya la necesidad de tener conocimiento del cálculo diferencial de variables complejas, pero el resultado con el empleo de esta área de la matemática conduce a la solución de problemas mediante un análisis más profundo del sistema en estudio.

II. APLICACIONES DE VARIABLE COMPLEJA [4] [6]

Como se sabe, todo número complejo z se puede representar en diferentes formas, a saber, *rectangular*, *polar* y *exponencial*. De manera particular empleando la forma exponencial. Considere a $z = re^{i\theta}$. Si $z = z(t)$, $r = r(t)$, $\theta = \theta(t)$ son funciones del tiempo (t), entonces, se pueden obtener la expresión para la velocidad:

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt}(re^{i\theta}) = \frac{dr}{dt}e^{i\theta} + rie^{i\theta}\frac{d\theta}{dt} = \left[\frac{dr}{dt} + ri\frac{d\theta}{dt}\right]e^{i\theta} \quad (1)$$

análogamente para la aceleración se llega a:

$$a = \left[\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + 2i \frac{d\theta}{dt} \frac{dr}{dt} + ir \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] e^{i\theta} \quad (2)$$

donde

La aceleración radial está dada por: $\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$; la aceleración tangencial es $2i \frac{d\theta}{dt} \frac{dr}{dt} + ir \frac{d^2 \theta}{dt^2}$, aquí $r \frac{d^2 \theta}{dt^2}$ es la aceleración angular, y la aceleración normal (centrípeta) tiene la expresión $-r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$. En el caso de que el movimiento tenga lugar en un sistema que tiene una rotación con velocidad angular respecto a un plano de referencia inercial. Se puede considerar el efecto (aceleración de) Coriolis cuya expresión estaría dada por $2i \frac{d\theta}{dt} \dot{z}_{rel}$

La magnitud de la velocidad está dada por:

$$|v| = \sqrt{\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \left(r \frac{d\theta}{dt} \right)^2} \quad (3)$$

Recuérdese que $[e^{i\theta}] = 1$

Además, se sabe que en análisis vectorial una expresión equivalente para $\mathbf{z} = r e^{i\theta}$ considerando los vectores unitarios ortogonales $\hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{e}}_y$, asociados a los ejes cartesianos tienen la expresión:

$$z = r \cos \theta \hat{\mathbf{e}}_x + r \sin \theta \hat{\mathbf{e}}_y \quad (4)$$

Derivando respecto al tiempo la ecuación anterior, se obtienen la velocidad ($\dot{z}$) y aceleración ($\ddot{z}$), cuyas expresiones equivalentes son más complicadas, (se omiten).

III. VECTORES COMPLEJOS EN CINEMÁTICA [2] [3] [4]

Considérese el siguiente caso: una sección de la envolvente de un círculo de radio $\mathbf{a}$, (es otro círculo, véase Fig. 1) se traza por una cuerda que ha sido tensada (sobre el círculo), y después de desenrolla del mismo (véase Fig. 2).

Por demostrar que la ecuación de la envolvente es:

$$z = a e^{i\theta} (1 - i\theta), \theta \in \mathbb{R} \quad (5)$$

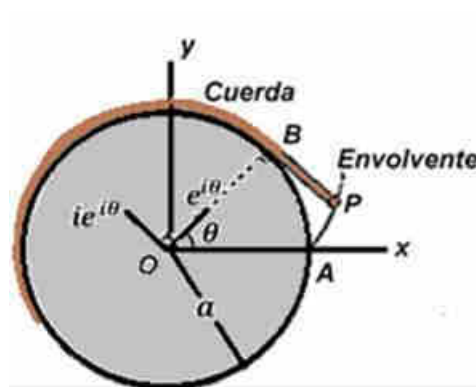


Fig. 1. Círculo base.

En efecto, antes de desenrollar la cuerda, se encuentra sobre la superficie del círculo con centro O , y cuyo extremo coincide con el punto denotado por A (punto A pertenece al círculo, véase Fig. 1). Debe observarse que la cuerda se localiza sobre el arco $\widehat{AB}$ del círculo, el punto extremo de la cuerda, denominado ahora P (punto P), estará a una distancia $BP = \widehat{AB} = a\theta$, desde el punto B de tangencia.

El radio vector de posición del punto P está dado por:

$$z = \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP} \quad (6)$$

se puede observar que $\overrightarrow{OB} = ae^{i\theta}$. Para determinar $\overrightarrow{BP}$, se debe notar que tiene magnitud $a\theta$ y es perpendicular a $\overrightarrow{OB}$, pero $ie^{i\theta}$, está a 90° de $\overrightarrow{OB}$, luego $\overrightarrow{BP}$ tiene dirección $-ie^{i\theta}$. Esto es:

$$\overrightarrow{BP} = a\theta(-ie^{i\theta}) \quad (7)$$

Sustituyendo en $z = \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP}$, se obtiene que

$$z = ae^{i\theta} + a\theta(-ie^{i\theta}) = ae^{i\theta}(1 - i\theta) \quad (8)$$

que corresponde a la ecuación de la envolvente.

Esta ecuación proporciona la ubicación del punto P para cualquier ángulo θ . Las partes real e imaginaria de z son precisamente:

$$\begin{aligned} x &= a(\cos \theta + \theta \sin \theta) \\ y &= a(\sin \theta - \theta \cos \theta) \end{aligned} \quad (9)$$

que corresponden a las ecuaciones paramétricas de la envolvente. En el siguiente caso se hace uso de lo expuesto en el ejemplo anterior. En mecánica, particularmente en lo que se refiere a los mecanismos que ahí se emplean.

IV. APLICACIONES DE LOS VECTORES COMPLEJOS EN CINEMÁTICA [1] [2] [7]

A. Ejemplo [7]

En cinemática, la potencia de un número complejo se emplea para demostrar el teorema de **Chebyshev-Roberts**, donde se establece que un mecanismo de cuatro (4) eslabones, tres de las cuales son móviles y uno fijo, están articuladas en cuatro puntos, trazaran curvas de acople idénticas, (véase Fig. 2).

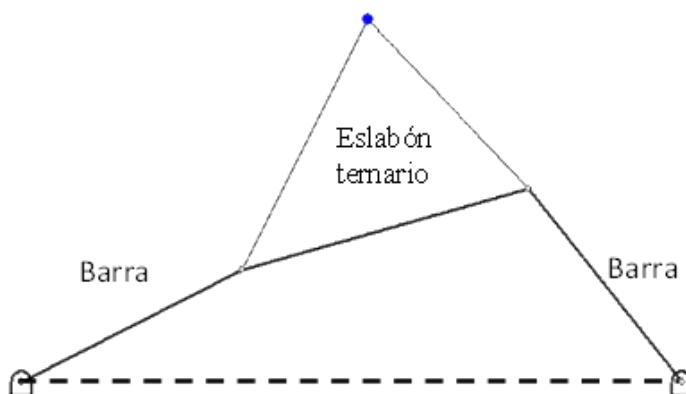


Fig. 2. Mecanismo de 4 eslabones.

En la Fig. 3, se muestran tres eslabones articulados en los puntos $ABCD$, con un punto P rígidamente unido al eslabón acoplador PDC (eslabón ternario triangular)

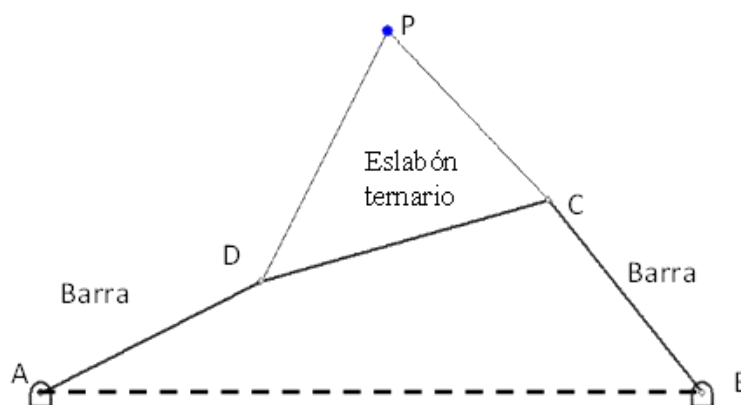


Fig. 3. Puntos definidos en el mecanismo.

La trayectoria generada por el punto acoplador es conocida como *curva de acople*. Se debe demostrar que existen dos barras de los tres tramos articulados en 4 puntos ($AEGM$ y $BFHM$), que trazan la misma curva de acople (véase Fig. 4).

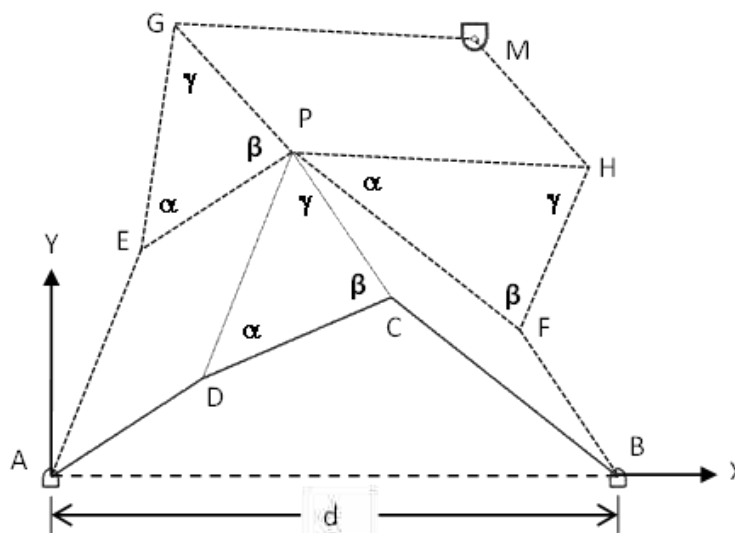


Fig. 4. Configuraciones futuras del mecanismo.

7

Para encontrar los conocidos como *mecanismos análogos*, se suman los eslabones **PE** y **EA** a los eslabones dados, tales que **ADPE** formen un paralelogramo. Después sumar los eslabones **PF** y **FB** tal que **PFBC** sea un paralelogramo. Luego, los triángulos **EPG** y **PFH** que son semejantes al triángulo dado **DCP**, están fijos a los eslabones **EP** y **PF**, respectivamente (obsérvese el orden en los ángulos α, β, γ en cada triángulo). Finalmente los eslabones **GM** y **HM** se suman para completar el paralelogramo **GPHM**.

Intuitivamente, se puede observar que el único grado de libertad del sistema no se altera por la formación de los tres paralelogramos. En consecuencia, se espera que cuando el punto **P** describe la curva de acople determinada por el mecanismo **ABCD**, el punto **M** no traza alguna curva bien definida. No obstante, como se demostrará, el punto **M** permanece inalterado, luego, el sistema **AEGM** constituye un mecanismo de 3 barras con 4 articulaciones, y el sistema **BFHM**, también forma un mecanismo de 3 barras y 4 articulaciones. El punto **P** puede verse como el punto de acoplamiento ya sea de uno u otro mecanismo (el original **ABCD**).

Para demostrar que el punto **M** permanece estacionario, se debe mostrar que el vector complejo:

$$z_M = \overline{AE} + \overline{EG} + \overline{GM}, \quad (10)$$

no se altera cuando **P** varía de posición, véase Fig. 5.

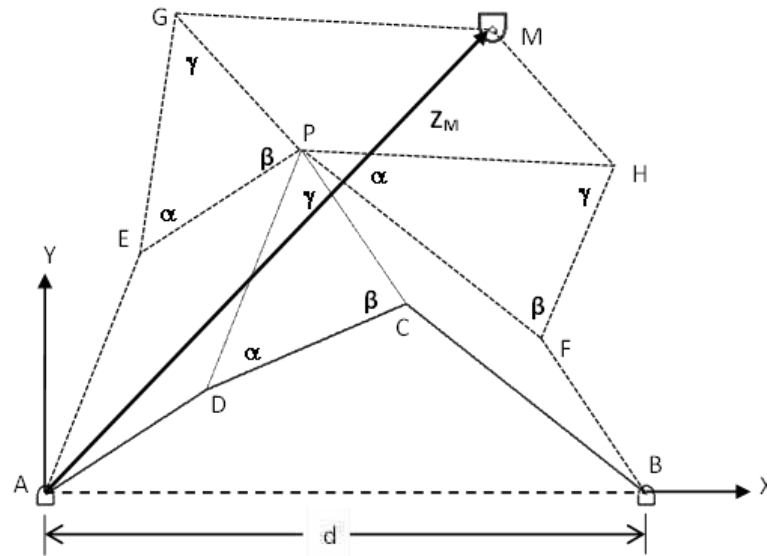


Fig. 5. Formación de paralelogramos.

Considérese la siguiente notación:

$$\overline{AE} = a_1 e^{i\theta_1} ; \quad \overline{DC} = a_2 e^{i\theta_2} ; \quad \overline{CB} = a_3 e^{i\theta_3}, \quad (11)$$

donde los ángulos θ_1, θ_2 , y θ_3 se pueden ver en la Fig. 6.

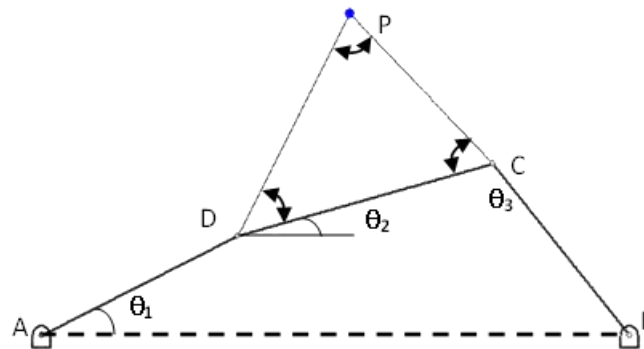


Fig. 6. Ubicación de los ángulos.

Por semejanza de los triángulos **EPG**, **PFH**, **DPC** se tienen las siguientes relaciones:

$$\mu = \frac{DP}{DC} = \frac{EG}{EP} = \frac{PH}{PF}. \quad (12)$$

Donde μ es una constante de proporcionalidad. Estas relaciones se pueden expresar de como:

$$DP = \mu DC = \mu a_2 ; \quad EG = \mu EP = \mu a_1 ; \quad PH = \mu PF = \mu a_3 \quad (13)$$

Se sigue que los vectores complejos buscados están dados por las expresiones:

$$\overline{AE} = \overline{DP} = \mu a_2 e^{i(\theta_2 + \alpha)} , \quad \overline{EG} = \mu a_1 e^{i(\theta_1 + \alpha)} , \quad \overline{GM} = \overline{PH} = \mu a_3 e^{i(\theta_3 + \alpha)} \quad (14)$$

donde los ángulos de cada vector con respecto al eje real han sido usados como argumento de los correspondientes números complejos (véase Fig. 7).

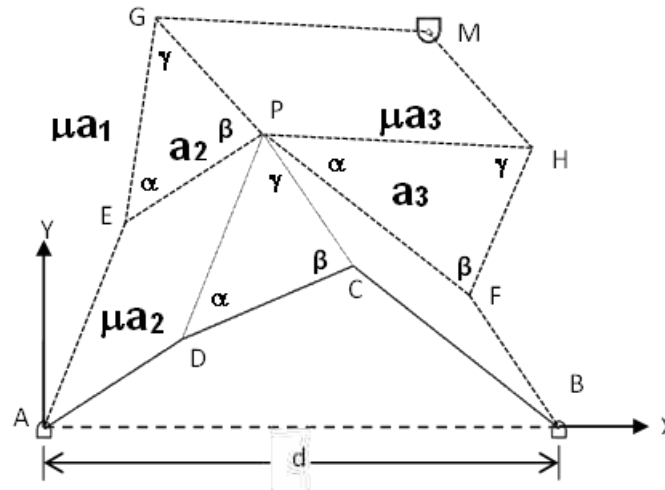


Fig. 7. Diferentes posiciones del sistema.

Después de sustituir estas relaciones en la expresión para z_M se encuentra que:

$$z_M = \mu e^{i\alpha} (a_2 e^{i\theta_2} + a_1 e^{i\theta_1} + a_3 e^{i\theta_3}) \quad (15)$$

No obstante, la cantidad que aparece en este paréntesis es la suma vectorial de:

$$\overline{DC} + \overline{AD} + \overline{CB} = \overline{AB} \quad (16)$$

con $\overline{AB}$ una constante vectorial, cuya representación compleja es un número real f , y se puede ver que:

$$z_M = \mu f e^{i\alpha} = cte. \quad (17)$$

Luego el punto M permanece estacionario, que precisamente es lo que se quería demostrar (véase Fig. 8).

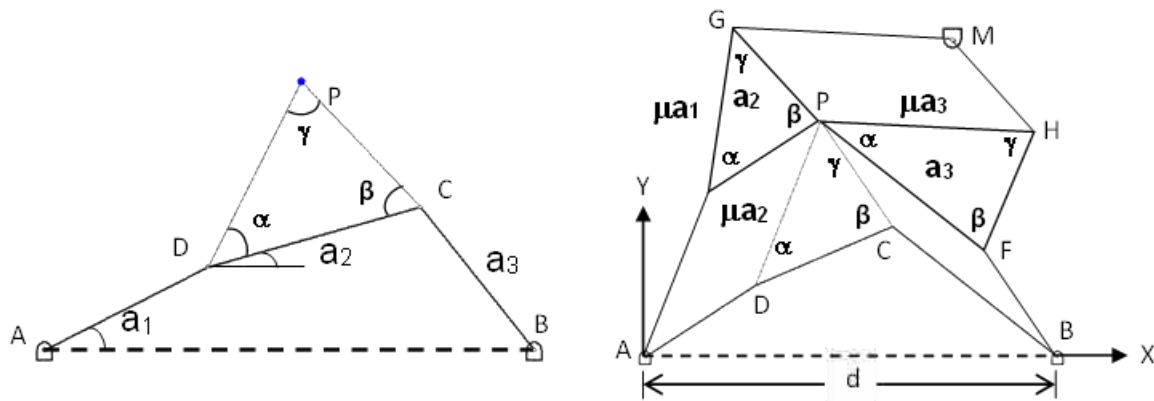


Fig. 8. Construcción del sistema.

En la Fig. 9 se muestra la curva, (como región), que permanece invariable ante los cambios referidos.

10

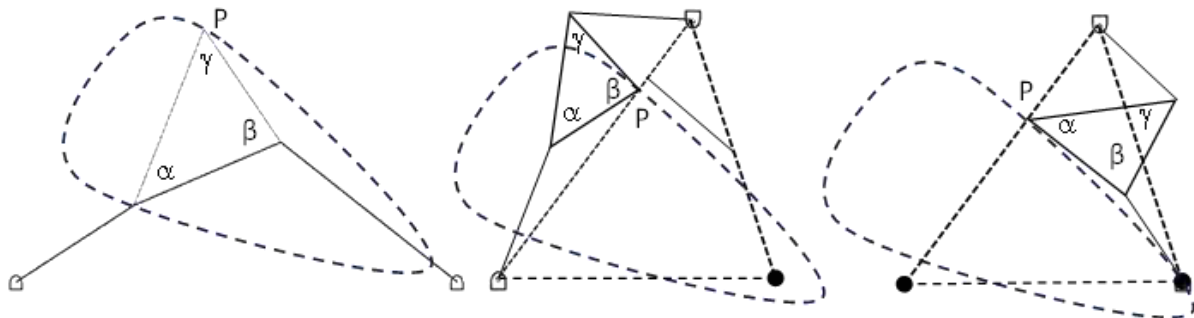


Fig. 9. Movimiento del sistema y constancia de la curva.

Empleando el método de centros instantáneos de rotación (CIR) para demostrar que el punto P se mantiene en la trayectoria descrita por el mismo en la posición original (véase Fig. 1).

Los radios de los eslabones respecto al CIR varían (véase Fig. 2 y Fig. 3), por ende, las velocidades y aceleraciones de los puntos. Se debe de considerar que el mecanismo de 4 barras en su configuración original cumple con la Ley de Grashof, sin embargo, en los cognados ya no cumple con dicha ley, donde se demuestra que los radios de los eslabones cambian, por lo tanto, el comportamiento del mecanismo, sin perder de vista que el punto P se mantiene en la trayectoria original.

B. Ejemplo [2] [8]

Al inicio se definieron el desplazamiento, velocidad y aceleración complejos, ahora, se introducen los vectores unitarios de un punto en las direcciones radial y tangencial, y se indican en la Fig. 10:

$$u = e^{i\theta} \quad , \quad iu = ie^{i\theta} \quad (18)$$

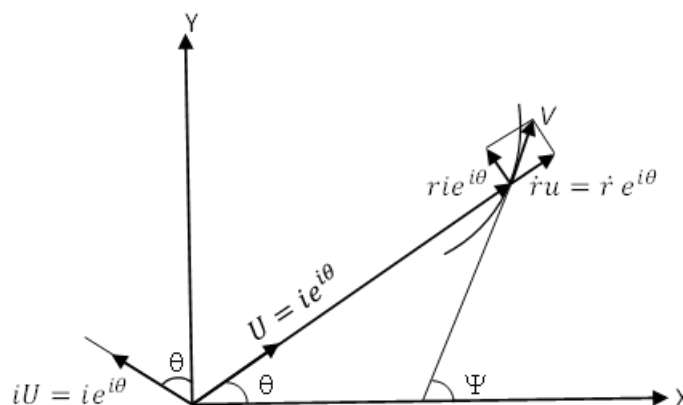


Fig. 10. Vectores unitarios.

Se puede ver que la expresión para v (ecuación (1)), se expresa en forma polar como:

$$v = r'u + r\theta(iu) \quad (19)$$

Análogamente, la aceleración se expresa mediante (recuérdese la ecuación (2)):

$$a = \underbrace{\left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right)}_{a_r} \underbrace{e^{i\theta}}_u + \underbrace{\left(2 \frac{d\theta}{dt} \frac{dr}{dt} + r \frac{d^2\theta}{dt^2} \right)}_{a_\theta} \underbrace{ie^{i\theta}}_{iu} \quad (20)$$

Esta última muestra dos componentes que constituyen la aceleración radial a_r y la transversal a_θ en coordenadas polares.

En este contexto se puede resolver el siguiente problema, donde se emplea lo anterior.

C. Ejemplo [2]

Considérese cierto deposito que descarga agua con rapidez constante V_R relativa a los alabes (aspas) de una bomba centrífuga. Un alabe es un arco circular de radio a y centro C , localizado a una distancia a desde el eje O . los alabes están unidos rígidamente al impulsor (rueda centrifugadora) que gira con una velocidad angular constante ω . Determinar la velocidad absoluta y aceleración de una partícula en un punto P , localizado por los ángulos θ y Φ , como se indica en la Fig. 12.

Nota: en este ejemplo se hace un pequeño cambio en la notación con el fin de evitar confusión en la misma. Se emplea la letra **A**, para expresar la aceleración en lugar de la acostumbrada **a**, que en este ejemplo, como se estableció líneas arriba, representa el radio de un alabe (arco circular).

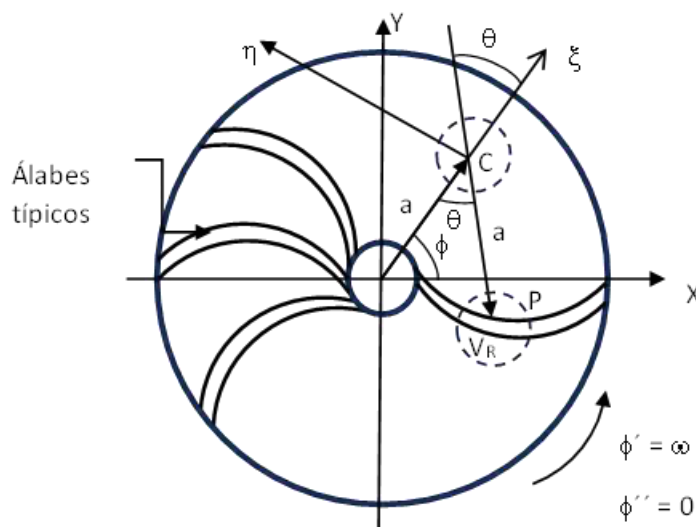


Fig. 11. Impulsor y álabes.

El vector de posición de la partícula **P** está dado por:

$$z = \overline{OC} + \overline{CP} = ae^{i\varphi} - ae^{i(\varphi+\theta)}, \quad (21)$$

la velocidad es por tanto:

$$V = z' = ai \frac{d\varphi}{dt} e^{i\varphi} - ai \left(\frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\theta}{dt} \right) e^{i(\varphi+\theta)} \quad (22)$$

De esta última ecuación observe ver que, $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ y $a \frac{d\theta}{dt} = V_R$, se puede ver que los vectores velocidad y aceleración se expresan:

$$V = i[a\omega e^{i\varphi} - (a\omega + V_R)e^{i(\varphi+\theta)}] \quad (23)$$

Nota: en este ejemplo, se hace un pequeño cambio en la notación con el fin de evitar confusión en la misma. Se emplea la letra **A**, para expresar la aceleración en lugar de la acostumbrada **a**, que en este caso como se estableció en el enunciado, representa el radio de un alabe (arco circular).

Dada la expresión de la velocidad compleja v , el cálculo de la aceleración hidrodinámica simplemente es aplicar la derivada temporal a $V(t) = Ve^{-i\omega t}$, y considerar para la fase temporal de un vector complejo (fasor). Ahora, como:

$$A = \frac{\partial V(t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (Ve^{-i\omega t})$$

Por lo que $A = -i\omega V$

Sustituyendo la expresión de la velocidad compleja,

$$A = -i\omega \left[i[a\omega e^{i\varphi} - (a\omega + V_R)e^{i(\varphi+\theta)}] \right]$$

Desarrollando y simplificando, se llega a la expresión para la aceleración:

$$A = \frac{dV}{dt} = a\omega^2 e^{i\varphi} - \omega(a\omega + V_R)e^{i(\varphi+\theta)} \quad (24)$$

Se debe mencionar que a lo largo del desarrollo de *este ejemplo* se han hecho los cambios en las expresiones para la aceleración en todas las ecuaciones donde esté involucrado dicho parámetro.

Si se desea encontrar las componentes de la aceleración a lo largo de varias direcciones, por ejemplo, las componentes (A_ξ, A_η) , a través de los ejes ξ, η que giran con el impulsor. Se pueden calcular, considerando $e^{i\theta} = V_\xi$ y $u_\eta = ie^{i\varphi}$ son los vectores unitarios paralelos a los ejes ξ y η respectivamente, por lo que es posible utilizar la fórmula de Euler:

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \quad (25)$$

Por tanto la aceleración adquiere la expresión

$$A = A_\xi u_\xi + A_\eta u_\eta = A_\xi e^{i\varphi} + A_\eta ie^{i\varphi} \quad (26)$$

donde

$$A_\xi = -a\omega^2 + a\left(\omega + \frac{V_R}{a}\right)^2 \cos\theta \quad (27)$$

$$A_\eta = a\left(\omega + \frac{V_R}{a}\right)^2 \sin\theta \quad (28)$$

Si lo que se desea fuesen las componentes de la aceleración (A_x, A_y) se encuentran las partes real e imaginaria de A , posterior a sustituir $\cos\varphi + i\sin\varphi$ por $e^{i\varphi}$ en la expresión, $A = A_\xi u_\xi + A_\eta u_\eta$, para obtener:

$$A_x = \text{Re}(A) = A_\xi \cos\varphi - A_\eta \sin\varphi \quad (29)$$

$$A_y = \text{Im}(A) = A_\xi \sin\varphi + A_\eta \cos\varphi \quad (30)$$

Bien, analizando el siguiente problema: los vórtices (o remolinos) producen fuerzas. La fuerza neta que pudiese actuar sobre una partícula de masa m se expresa como un vector complejo:

$F = F_x + iF_y = F(z, z')$	(31)
-----------------------------	------

como se observa, es una función de la posición $\mathbf{z}$ y de la velocidad $\mathbf{z}'$, así mismo, la aceleración tiene la forma:

$$F(\mathbf{z}, \mathbf{z}') = m\mathbf{z}'' \quad (32)$$

esta última es una *ecuación diferencial ordinaria en la variable compleja $\mathbf{z}$* . Considérese la siguiente situación: Supóngase que una partícula de masa m está sujeta a una fuerza de magnitud KmV , donde K es constante y V es la velocidad de la partícula, dirigida 90° en sentido antihorario del vector velocidad. Se requiere determinar la trayectoria de la partícula, si esta parte desde el origen con velocidad inicial $\mathbf{u}_0$ dirigida a lo largo del eje x .

Solución: La fuerza dada es $F = Kmiz'$, con ello, se tiene:

$$\mathbf{z}'' = \frac{1}{m}F(\mathbf{z}, \mathbf{z}') = iK\mathbf{z}' \quad (33)$$

Integrando:

$$\mathbf{z}' - \mathbf{z}'_0 = iK(\mathbf{z} - \mathbf{z}_0) \quad (34)$$

Si las condiciones iniciales son:

$$\mathbf{z}'^{(0)} = \mathbf{z}'_0 = u \quad y \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0 = 0 \quad (35)$$

Luego

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \mathbf{z}' = u + iK\mathbf{z} = iK\left(\mathbf{z} - \frac{i u}{K}\right) \quad (36)$$

Que resulta en una ecuación diferencial del tipo variables separables, y puede expresarse como:

$$\frac{d\left(\mathbf{z} - \frac{i u}{K}\right)}{\mathbf{z} - \frac{i u}{K}} = iK dt \quad (37)$$

Integrando esta ecuación:

$\mathbf{z} - \frac{i u}{K} = C e^{iKt}$	(38)
$F(\mathbf{z}, \mathbf{z}') = m\mathbf{z}''$	(39)

La constante C se obtiene sabiendo que $\mathbf{z}(0) = 0$; luego

$\mathbf{z} - \frac{i u}{K} = -\frac{i u}{K} e^{iKt}$	(40)
---	------

esta última ecuación indica que la partícula describe un círculo de radio $\frac{u}{K}$, en sentido antihorario alrededor de un centro localizado en $\frac{u}{K}$ como se muestra en la Fig. 12.

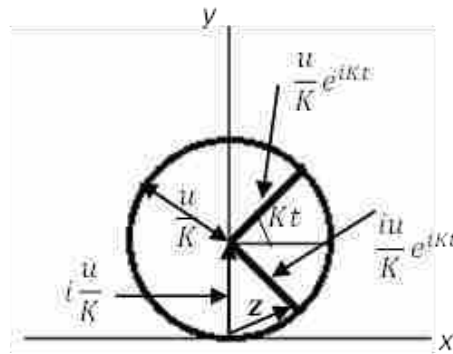


Fig. 12. Trayectoria circular de la partícula.

Luego, las coordenadas de la curva están dadas por:

$$x = \operatorname{Re}(z) = \frac{u}{K} \operatorname{sen} Kt \quad ; \quad y = \operatorname{Im}(z) = \frac{u}{K} (1 - \cos Kt) \quad (41)$$

D. Ejemplo práctico [2] [8]

Los resultados anteriores explican la razón de los *movimientos en remolino* (véase Fig. 13), para una partícula de fluido que rodea un eje. El análisis hidrodinámico de, por ejemplo, lubricantes, muestra que cuando un eje se mueve, una partícula de fluido que lo rodea, el fluido ejerce una componente de fuerza que actúa perpendicularmente a la dirección de movimiento. La ecuación $z - \frac{iu}{K} = \frac{iu}{K} e^{iKt}$, indica que el eje sufrirá un movimiento circular de orbitación. Esto significa que una perturbación instantánea como un golpe al eje, sacará de su posición de equilibrio y tenderá a producir un remolino indeseable en el centro del eje, a menos que suficiente cantidad de fluido presente sirva para controlar la amplitud de los remolinos. Los remolinos producen fuerzas (normales a la velocidad). Estos aparecen en muchos mecanismos.

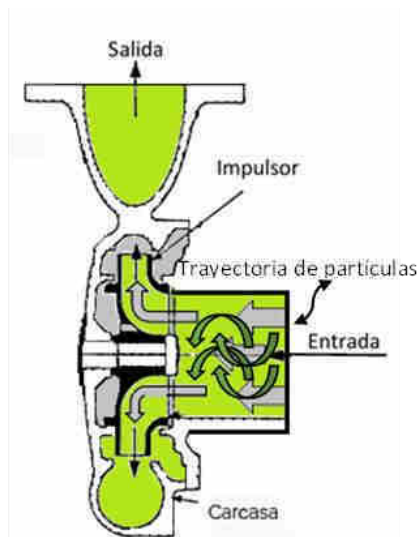


Fig. 13. Movimiento de una partícula en un vórtice.

V. DISCUSIÓN

Como puede observarse en cada uno de los ejemplos tratados, aunque las expresiones resultantes se pudiesen considerar complicadas, demuestran una manera distinta de ser expresadas. En los métodos de solución tradicionales se llega a expresiones equivalentes, posiblemente de manera más engorrosa, aquí simplemente se resolvieron con otro método.

Lo anterior demuestra las distintas maneras de poder resolver problemas con métodos que se pudiesen considerar como inapropiados. Con ello, la variable compleja como parte de la matemática que pudiese ser pensada como una área abstracta y ajena a esta parte de la mecánica, los mecanismos, y por supuesto la aplicación de estos en máquinas. No se soslaya referir que así como esta rama de la matemática se le ha puesto en relación con los mecanismos, otras ramas de la matemática, por abstractas y ajenas que se consideren, aunque así parece ser, no es difícil aplicarlas en áreas hasta cierto punto disimiles.

Los ejemplos aquí expuestos son solo muestras de la multiplicidad de aplicaciones de esta área de la matemática, se tiene claro que, a primera vista, para algunos, el no poseer este tipo de información puede parecer árida y abstracta, cierto, pero que sirva este breve escrito como un intento por involucrar e invitar a cultivar la variable compleja como una herramienta poderosa en la solución de problemas con un método distinto a los que se tiene por costumbre.

VI. CONCLUSIONES

La *variable compleja*, como herramienta para la solución de problemas en ingeniería, facilita el trabajo mediante la reducción de expresiones y cálculos, aunque se debe contar con un bagaje apropiado conocimientos en matemáticas.

Por lo que se refiere a números complejos y funciones de variable compleja, es conveniente su empleo en la integración de funciones y en la solución de ecuaciones diferenciales y en aquellos casos en los que se debe de mover en el dominio de los números complejos. La notación empleada es conveniente en la formulación matemática de muchos problemas físicos como los expuestos, que sin duda se pueden aplicar en transferencia de calor, hidrodinámica, electricidad, electrónica, etc.; es decir, las aplicaciones de la variable compleja son de una amplia gama de posibilidades.

CRedit (Contributor Roles Taxonomy)

Contribuciones de los autores: Conceptualización: MARF, MGSC; Metodología: MARF, MGSC; Investigación: MARF, MGSC; Redacción y preparación del borrador original: MARF, MGSC; Redacción, revisión y edición: MARF, MGSC; Supervisión: MARF, MGSC; Análisis formal: MARF, MGSC; Administración del proyecto: MARF, MGSC.

Declaración de disponibilidad de datos: Los datos se encuentran en el artículo.

Conflicto de interés: Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

REFERENCES

- [1] H. Mabie, C. Reinholtz, *Mecanismos y dinámica de maquinaria*, 2ª ed., México, Limusa Wiley, 2010.
- [2] D. H. Myszka, *Máquinas y mecanismos*, 4ª ed., México, Pearson Educación, 2012.
- [3] T. C. Guerra, *Análisis y síntesis de mecanismos con aplicaciones*, 1ª ed., México, Patria, 2016.
- [4] J. E. Marsden, M. Hoffman, *Análisis básico de variable compleja*, 1ª ed., México, Trillas, 1996.
- [5] R. Fuster, I. Giménez, *Variable compleja y ecuaciones diferenciales*, 1ª ed., México, Reverté, 1995.
- [6] J. B. Conway, *Funciones de una variable compleja*, 1ª ed., Nueva York, USA, Springer, 2000.
- [7] J. Nieto, *Síntesis de mecanismos*, 1ª ed., Madrid, España, Editorial AC, 1978.
- [8] M.G. Santos Caballero. *Problemas y ejercicios de Mecanismos* (notas de clase), México, 2026.